

Schroedinger Özharitalar Kullanarak LiDAR Destekli Hiperspektral Görüntülerin Bölütlenmesi

LiDAR Aided Hyperspectral Images Segmentation Using Schroedinger Eigenmaps

Orhan Torun, Seniha Esen Yüksel

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Türkiye
orhantoran@hacettepe.edu.tr,
eyuksel@ee.hacettepe.edu.tr

Özetçe — Uzamsal ve spektral bilgi tabanlı hiperspektral görüntülerin (HSG) bölütlenmesi, hedef bulma ve sınıflandırma gibi birçok alanda kullanılmaktadır. Bu bildiride, hem LiDAR verilerinden elde edilen yükseklik bilgisini hem de uzamsal-spektral bilgileri birleştirecek yeni bir Schroedinger Özharitalar (SÖ) algoritması önerilmiştir. SÖ algoritmasının potansiyel matrisi, uzamsal bileşenler arasındaki yakınlığı ve LiDAR verileri arasındaki yakınlığı birleştirerek elde edilmiştir. Bu potansiyel matris ağırlıklandırılarak bölütleme sonuçları incelenmiştir. Ayrıca; önerilen yöntemin bölütleme sonuçları, Uzamsal-Spektral Schroedinger Özharitalar (USSÖ) algoritmasının sonuçlarıyla ve Düzgelenmiş Kesit algoritmasının sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler—hiperspektral görüntüler, LiDAR, schroedinger özharitalar, bölütleme.

Abstract—The segmentation of hyperspectral images (HSI) based on spatial and spectral information is being used in many fields from target detection to classification. In this paper, a new Schroedinger Eigenmaps (SE) algorithm is proposed to combine both elevation information obtained from LiDAR data and the spatial-spectral information. The potential matrix of SE algorithm is obtained by integrating the proximity between spatial components and the proximity between LiDAR data. The segmentation results are examined with weighting of this potential matrix. In addition, the segmentation results of the proposed method compares with the results of the Spatial-Spectral Schroedinger Eigenmaps (SSSE) algorithm and the results of the Normalized Cut algorithm.

Keywords—hyperspectral imagery, LiDAR, schroedinger eigenmaps, segmentation.

I. GİRİŞ

Hiperspektral görüntüleme sensörleri, insan gözünün algıladığı görünür ışıkta elde edilen RGB görüntülerinden farklı olarak çok sayıda bitişik bantta görüntü oluşturur. HSG'ler, görünür ışıkta elde edilen görüntülerden daha fazla bilgi içermektedir. Bu sebeple, HSG'lerin bölütlenmesi ve HSG'lerden hedef tespiti askeri ve sivil uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır [1]. Düzgelenmiş Kesit algoritması [2] kullanılarak uzamsal ve spektral bilgilerin birleştirilmesiyle HSG'lerin bölütlendiği çalışmalar literatürde bulunmaktadır [3], [4].

LiDAR, belirli bir alandaki yüksekliği ölçen uzaktan algılama tekniğidir. LiDAR'dan elde edilen yükseklik bilgisi, hiperspektral görüntüleri tamamlayıcı niteliktedir. Örneğin; yükseklik haritalarını kullanarak, benzer malzemeden oluşan farklı yükseklikteki nesnelere ayırmak mümkündür. Bu nedenle, HSG bölütlenmesinde LiDAR'dan türetilmiş yükseklik bilgisinin kullanılması göz önüne alınmalıdır. Uzamsal-spektral bilgiler ile yükseklik bilgisi, Düzgelenmiş Kesit algoritması yardımıyla birleştirildiğinde HSG bölütlenmesinde iyileşme sağlandığı bir önceki yayıncımız olan [5]'te gözükmemektedir.

Bu çalışmada, [6]'da verilen SÖ algoritması kullanılarak HSG'lerden elde edilen spektral bilgiler ile çizge oluşturulmuş, HSG'lerin uzamsal bilgisi ile LiDAR'dan elde edilen yükseklik bilgisi potansiyel matrisiyle birleştirilip çözümlenmiştir. SÖ algoritmasının sonucunda elde edilen özvektörler, öncelikle [7]'deki spektral kenar bulma yöntemi ile birleştirilerek görüntünün kenar bilgisi elde edilmiştir. Kenar bilgisi, *Ultrametric Contour Maps* (UCM) algoritmasından geçirilerek HSG'lerin bölütleri oluşturulmuştur. Uzamsal ve yükseklik bilgileri kullanılarak elde edilen potansiyel matrisinin farklı ağırlıklandırılmasıyla bölütleme sonuçları incelenmiştir. LiDAR verilerinin bölütleme üzerindeki etkisini incelemek için, sadece uzamsal ve spektral bilgileri kullanan USSÖ algoritmasıyla [8] özvektörler oluşturulmuş ve yukarıda bahsedildiği gibi, bu özvektörlerden bölütler elde edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Aynı zamanda, uzamsal-spektral ve yükseklik bilgilerini Düzgelenmiş Kesit algoritmasıyla birleştirerek bölütleme yapan [5]'teki yöntemimizin sonuçlarıyla da karşılaştırma yapılmıştır.

Bu çalışmanın organizasyonu şu şekilde devam etmektedir: II. bölümde SÖ algoritması kısaca özetlenmiştir. III. bölümde spektral ve uzamsal bilgilere ek olarak yükseklik bilgisinin de SÖ algoritması ile birleştirilerek HSG'lerin bölütlenmesi için önerilen yeni yöntem anlatılmıştır. IV. bölümde ise kullanılan HSG verileri tanıtılmış ve bölütleme sonuçları tartışılmıştır.

II. SCHROEDİNGER ÖZ HARİTALAR ALGORİTMASI

SÖ algoritması, son zamanlarda HSG'lere özgü uzamsal ve spektral bilgileri birleştirerek boyut indirgeme ve kümeleme amacıyla kullanılan çizge tabanlı bir yöntemdir [3]. Temelde, Düzgelenmiş Kesit algoritmasıyla benzerdir [2]. SÖ, çizgeye bir potansiyel matrisi ekleyerek Düzgelenmiş Kesit algoritmasını genelleştirir. Aynı zamanda, SÖ yüksek boyutlu verileri

düşük boyutlara düşüren doğrusal olmayan bir boyut indirgeme yöntemidir.

Bir $G = (V, E)$ çizgesi, V boğumlarının E kenarları ile birleştirilmesi sonucunda oluşturulur. HSG'lerde her bir boğum piksellerden oluşur. i ve j pikselleri arasındaki benzerliğe göre $w_{i,j}$ kenar ağırlıkları belirlenir. Bu kenar ağırlıklarını girdi olarak alan ve benzeşim matrisi olarak adlandırılan \mathbf{W} , spektral veriler için denklem (1)'de verilmiştir. Denklemde yer alan \mathbf{x}_i^f , bir pikselde yer alan tüm spektral bantları ifade etmektedir. ϵ komşuluğundaki piksellerin kenar ağırlığı denklemdeki gibi belirlenirken, bu komşuluk dışında kalan piksellerin kenar ağırlıklarına sıfır atanmaktadır.

$$\mathbf{W}_{i,j} = \begin{cases} e^{-\frac{\|\mathbf{x}_i^f - \mathbf{x}_j^f\|_2^2}{\sigma_{spektral}^2}}, & \text{eğer } (\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) < \epsilon \\ 0, & \text{aksi takdirde.} \end{cases} \quad (1)$$

\mathbf{D} , köşegenleri her bir pikselin çizgedeki ϵ komşuluğunda yer alan tüm pikseller ile oluşturduğu kenar ağırlıklarının toplamıyla elde edilen bir diyagonal matristir ve denklem (2)'deki gibi hesaplanır.

$$\mathbf{D}_{i,i} = \sum_j \mathbf{W}_{i,j} \quad (2)$$

Denklem (3)'teki gibi hesaplanan \mathbf{L} matrisi ise Laplas matrisi olarak adlandırılır.

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{W} \quad (3)$$

Tüm bu tanımlamalardan sonra, SÖ algoritmasının çözümü denklem (4)'te verilen sistemin ilk N tane küçük özdeğere (λ) karşılık gelen özvektörlerin (\mathbf{y}) bulunmasıyla elde edilir. Bu bildiride, bölütleme için $N = 20$ seçilmiştir.

$$(\mathbf{L} + \alpha \mathbf{P})\mathbf{y} = \lambda \mathbf{D}\mathbf{y} \quad (4)$$

Denklem (4)'te yer alan \mathbf{P} , diyagonal olmayan ve uzamsal bileşenler arasındaki yakınlığı kodlayan potansiyel matrisidir. \mathbf{P} matrisi denklem (5)'teki gibi tanımlanmaktadır [8]. Laplas matrisinin ve potansiyel matrisinin bölütlemeye katkıları α parametresiyle ayarlanmaktadır. α 'nın değeri artırıldıkça bölütleme sonuçlarında potansiyel matrisinin etkisi de artmaktadır. HSG'lerin bölütlenmesinde, bu parametrenin uygun seçilmesi kritik önem taşımaktadır.

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^k \sum_{\mathbf{x}_j \in \mathcal{N}_\epsilon^p(\mathbf{x}_i)} \mathbf{P}^{(i,j)} \cdot \gamma_{i,j} \cdot e^{-\frac{\|\mathbf{x}_i^p - \mathbf{x}_j^p\|_2^2}{\sigma_{uzamsal}^2}} \quad (5)$$

Denklem (5)'teki $\mathcal{N}_\epsilon^p(\mathbf{x}_i)$, \mathbf{x}_i 'nin uzamsal bileşenlerinin ϵ komşuluğundaki uzamsal bileşenler kümesidir. \mathbf{x}_i^p piksellerin uzamsal bileşenlerini göstermektedir ve $\mathbf{P}^{(i,j)}$ matrisi ise denklem (6)'da tanımlanan diyagonal olmayan matristir [8]. $\gamma_{i,j}$ ise, III. bölümde anlatıldığı gibi, piksellerin LiDAR verileri arasındaki yakınlığı kodlayacak şekilde seçilmiştir.

$$\mathbf{P}_{k,l}^{(i,j)} = \begin{cases} 1, & \text{eğer } (k, l) \in (i, i), (j, j) \\ -1, & \text{eğer } (k, l) \in (i, j), (j, i) \\ 0, & \text{aksi takdirde.} \end{cases} \quad (6)$$



Şekil 1: HSG Bölütleme Akış Şeması

III. BÖLÜTLEME YÖNTEMİ

Daha önce bahsedildiği gibi; LiDAR'dan elde edilen yükseklik bilgisi, hiperspektral görüntüleri tamamlayıcı niteliktedir. Bu çalışmada, bölütleme sonuçlarını iyileştirmek amacıyla SÖ algoritmasının potansiyel matrisinde yer alan $\gamma_{i,j}$ parametresi, denklem (7)'de gözüktüğü gibi, piksellerin yükseklik bileşenleri arasındaki yakınlık bilgisiyle oluşturulması önerilmiştir. Denklemdeki \mathbf{x}_i^l pikseldeki yükseklik bileşenini göstermektedir.

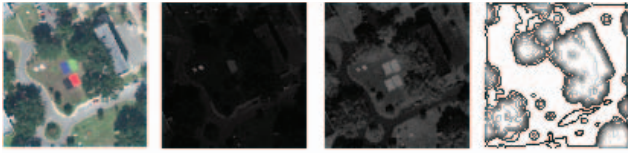
$$\gamma_{i,j} = e^{-\frac{\|\mathbf{x}_i^l - \mathbf{x}_j^l\|_2^2}{\sigma_{lidar}^2}} \quad (7)$$

Denklem (4)'te verilen sistemin ilk N tane küçük özdeğere karşılık gelen özvektörler bulunduktan sonra k -means kümeleme yöntemi uygulanarak bölütlere ayrılır [7]. Ancak, bu yöntem görüntüde tekdüze büyük alanlar olduğunda yanlış bölütlemelere sebep olmaktadır. Bundan kurtulmak için, Şekil 3'te verilen özvektörlerin kenar bilgisi taşıdığı gözüktüğünden, spektral Pb kenar bulma algoritmasıyla birleştirip sonra bölütlere ayrıştırılmıştır. Spektral Pb kenar bulma yöntemi (8)'de verilmiştir. Burada, denklem (4)'te elde edilen özvektörlerin (\mathbf{y}_k) yönlü türevleri alınıp özdeğerler (λ_k) ile normalleştirildikten sonra toplanarak kenarlar elde edilmektedir. Denklem (8)'de gösterildiği gibi, θ ile gösterilen farklı yönlerden alınan türevlerin en büyük değerleri alındığında kenar bulma sonuçları iyileşmektedir.

$$sPb = \max_{\theta} \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \nabla_{\theta} \mathbf{y}_k \quad (8)$$

Bu çalışmada, Şekil 1'de verilen akış şemasında gözüktüğü gibi, HSG ve LiDAR verilerinin birleştirilmesiyle görüntülerin bölütlenmesi sağlanmıştır. Bölütleme yaparken aşağıdaki basamaklar izlenmiştir:

- HSG'lerden $G = (V, E)$ çizgesi oluşturulur, \mathbf{W} benzeşim matrisi ve \mathbf{D} diyagonal matrisi hesaplanır,
- Yükseklik ve uzamsal bilgileri kullanılarak \mathbf{P} potansiyel matrisi oluşturulur,
- Belirlenen α değerine göre denklem (4)'te verilen sistem en küçük N tane özdeğere karşı gelen özvektörler hesaplanır,
- Denklem 8'de verilen sPb hesaplanır,
- Belirlenen eşik değeriyle UCM algoritması çalıştırılır ve bölütler oluşturulur.



Şekil 2: Sırasıyla: Kullanılan Verinin RGB Görüntüsü, 475nm Bandı, 1075nm Bandı ve LiDAR

IV. KULLANILAN VERİLER VE SONUÇLAR

A. Kullanılan Veriler

Bu yayında bölütleme sonuçları için MUUFL Gulfport verisi kullanılmıştır [9]. Veriler Southern Mississippi kampüsü üzerinden toplanmıştır. Alçaktan uçularak toplanan verilerde bir piksel $0.6 \times 1.0 m^2$ 'lik alana; yüksekten uçularak toplanan verilerde ise bir piksel $1.0 \times 1.0 m^2$ 'lik bir alana karşılık gelmektedir. Kampüse farklı renklere ve farklı boyutlara sahip toplamda 64 tane hedef yerleştirilmiştir. HSG ve LiDAR sensör özellikleri Tablo I 'de verilmiştir.

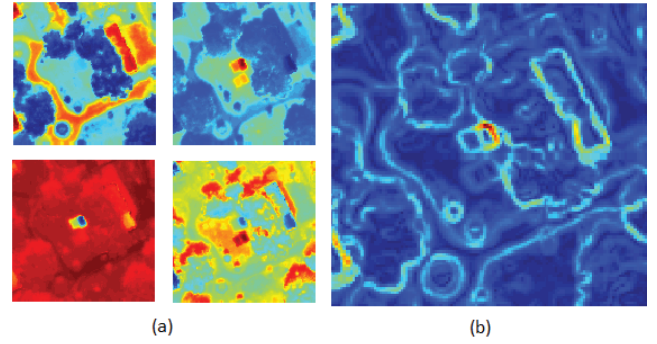
TABLO I: HSG VE LiDAR SENSÖR PARAMETRELERİ

HSG		LiDAR	
Parametre	Değeri	Parametre	Değeri
Dalga boyu aralığı	375-1050nm	Dalga boyu	1064nm
Bant sayısı	72	Darbe Tekrarlama Frekansı	70KHz
Bant Genişliği	10nm	Tarama Frekansı	43Hz

B. Sonuçlar

Bölütleme sonuçları için yukarıda bahsedilen verinin 121×121 pikselden oluşan bölümünün HSG ve LiDAR verileri üzerinde çalışılmıştır. Denklem (1)'de verilen benzeşim matrisini oluşturmak için $\sigma_{spektral} = 1$ seçilmiştir. $\epsilon = 10$ komşuluğundaki pikseller arası ağırlıklar hesaplanmıştır. Denklem (5)'te gösterilen potansiyel matrisi oluşturulurken $\sigma_{uzamsal} = 1$, $\sigma_{lidar} = 1$ seçilmiş ve $\epsilon = 6$ komşuluğundaki uzamsal bilgiler ve bunlara karşılık gelen yükseklik bilgileri kullanılmıştır. Spektral Pb kenar bulma algoritmasındaki yönlü türevler hesaplanırken, θ 'nın $[0, \pi]$ aralığında düzgün dağılmış 8 açı değeri kullanılmıştır. Bulunan kenarlardan bölütler oluşturulurken, elde edilen tüm sonuçlar için, UCM algoritmasının kullandığı eşik değeri 0,2 olarak belirlenmiştir. Son olarak, denklem (4)'teki α , Laplas matrisi ile potansiyel matrisin katkılarını görece ağırlıklandırarak bölütleme sonuçlarındaki değişimi gözlemlemek amacıyla sırasıyla 0, 2, 10 ve 50 seçilmiştir.

Şekil 2'de kullanılan verinin RGB görüntüsü, hiperspektral veriden alınan 475nm ile 1075nm bantlarındaki görüntüleri ve bu hiperspektral verilere karşılık gelen LiDAR verileri gösterilmiştir. Daha önce bahsedildiği gibi, Şekil 2'deki hiperspektral bantlara bakıldığında görüntüdeki maddelerin ışığı farklı yansıttığı gözükmektedir. Tek bant ele alındığında; bazı maddeler, özellikle çimen ve ağaçlar, ışığı benzer yansıttığından tek bant verileriyle bunları ayırmak oldukça zorlaşmaktadır. HSG'lerdeki farklı dalga boyları malzemeleri ayırmada avantaj sağlamakla birlikte yeteri iyileştirmeleri yapamamaktadır. LiDAR verilerinden elde edilen yükseklik bilgileri yardımıyla, spektral olarak birbirlerine benzeyen ancak farklı yükseklikte bulunan maddeleri ayırmak kolaylaşmaktadır. Bu çalışmada



Şekil 3: (a) İlk Dört Özvektor, (b) Spektral Pb Kenarları

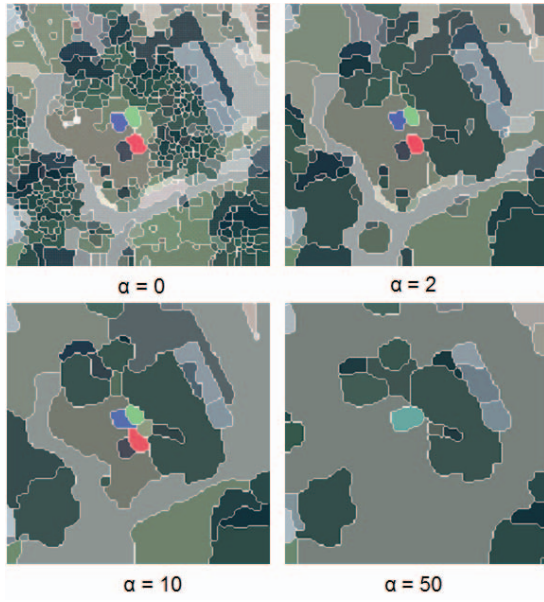
kullanılan veriler düşünüldüğünde, çimen ve ağaçları ayırmakta başarılı olduğu gözükmektedir. Ayrıca, LiDAR yardımıyla cisimleri ve cisimlere ait gölgeleri birbirinden ayırmada önemli katkı sağlamaktadır.

Şekil 3'te, (4)'teki denklemin çözümü sonucu elde edilen ilk dört en küçük özdeğere karşılık gelen özvektörler ve bu özvektörler kullanılarak elde edilen spektral Pb sonucu verilmiştir. Şekildeki özvektörlere bakıldığında, III. bölümde de bahsedildiği gibi, her birinin kenar bilgisi taşıdığı gözükmektedir. Literatürde, özvektörler elde edildikten sonra *k-means* gibi kümeleme algoritmaları kullanılarak bölütlenme yapılmaktadır. Ancak; özellikle HSG'lere ek olarak LiDAR verileri de kullanıldığında, Şekil 3'te de gözüktüğü gibi kenarların belirginleşmesiyle önerilen algoritma bölütleme sonuçlarına önemli katkı sağlamaktadır.

Bölüm III'de önerilen algoritma farklı α değerleri için uygulanmış, elde edilen bölütler Şekil 4'te gösterilmiştir. Sonuçlara bakıldığında, $\alpha = 0$ iken, yani sadece spektral bilgiler kullanıldığında, görüntünün gereğinden fazla bölütlere ayrıldığı görülmüştür. Özellikle, ağaç toplulukları, gölgeleri ve çimenler olması gerekenden daha fazla bölütlere ayrılmıştır. $\alpha = 2$ iken, HSG'lerin yanı sıra uzamsal ve özellikle yükseklik bilgileriyle elde edilen potansiyel matrisi devreye girdiğinde daha önce elde edilen fazla bölütlerin bertaraf edildiği gözükmektedir. Ağaç toplulukları tek bir bölüt olarak ayrılmış, ağaç gölgeleri de ağaçlardan farklı bir bütün olarak gruplanmıştır. Benzer şekilde, çimenlerdeki fazla bölütler ortadan kalkmış, tek bölüt halinde ayrılmıştır. α değeri arttırıldığında, spektral bilginin bölütlemeye etkisi azalırken yükseklik bilgisinin etkisini arttırmaktadır. Beklenildiği gibi, yüksekliği baskın olan cisimlerin bölütlendiği Şekil 4'te $\alpha = 50$ için gözükmektedir.

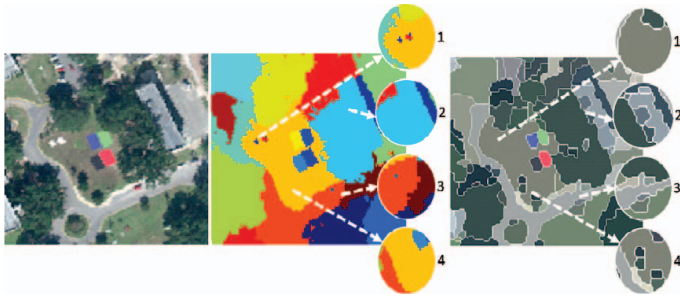
USSÖ algoritmasının farklı α değerleri için bölütleme sonuçları Şekil 6'da verilmiştir. $\alpha = 2$ olduğunda iyileşme gözükmeyle birlikte, bazı noktalarda ağaçlarla çimenlerin ve ağaçlarla gölgelerinin birbirlerine karıştırıldığı gözükmektedir. Benzer şekilde, asfaltın da bazı bölümlerinin fazla bölütlere ayrıştırıldığı gözükmektedir. $\alpha = 2$ için, Şekil 4 ve Şekil 6'da verilen sonuçlar karşılaştırıldığında, LiDAR'ın iyileştirme etkisi çarpıcı bir şekilde gözükmektedir. Yine Şekil 6'da sonuçları verilen USSÖ algoritmasının α değeri arttırıldığında anlamsız ve yanlış bölüt sayısı artmaktadır. Halbuki, Şekil 4'te gözüktüğü gibi önerilen algoritmada α arttırıldığında yükseklik bilgisi yardımıyla anlamlı bölütler oluşturulmaya devam edilmektedir.

HSG ile LiDAR verilerini [5]'te bahsedilen Düzgelenmiş



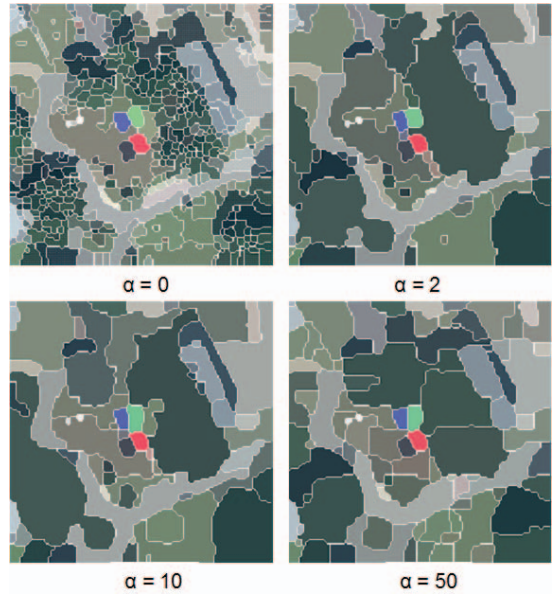
Şekil 4: Önerilen Algoritmanın Farklı α Değerleri ile Elde Edilen Bölütler

Kesit algoritması yardımıyla birleştirerek bölütleme yapan yöntemin ve önerilen algoritmanın sonuçları Şekil 5’de verilmiştir. Şekile bakıldığında, 1 ile gösterilen kısımda yer alan hedefleri Düzgelenmiş Kesit ayırırken, önerilen yöntem yükseklik bilgisine daha çok önem verdiği için ($\alpha = 2$), alçakta olan bu hedefleri bölütlemeyi gözükmemektedir. Diğer taraftan, ağaç topluluğu ile binaları ayırmada önerilen yöntemin son derece başarılı olduğu 2 ile gösterilen bölgede ve diğer bölgelerde gözükmemektedir. Aynı şekilde, Düzgelenmiş Kesit algoritması 4 numaralı bölgedeki ağaçların hiç birini bölütlemeyen, önerilen yöntem hem ağaçları hem de gölgelerini ayrı ayrı bölütlemiştir. Son olarak, 3. bölgede verilen ve çevresine göre alçakta kalan arabayı Düzgelenmiş Kesit algoritması ayırırken, önerilen algoritma ayıramamıştır. Şekildeki sonuçlara genel olarak bakıldığında ise, önerilen algoritmanın bölütlemedeki üstünlüğü fark edilmektedir.



Şekil 5: Sırasıyla: Kullanılan Verinin RGB Görüntüsü, Düzgelenmiş Kesit Bölütleme Sonucu, Önerilen Algoritmanın Bölütleme Sonucu ($\alpha = 2$)

Sonuç olarak, HSG ve LiDAR verilerinin birleştirilmesiyle elde edilen görüntü bölütlerinin doğruluğunun artmasında ve bu bölütlerdeki malzemelerin bir bütün olarak kümelmesinde önemli katkı sağlandığı açık bir şekilde gözükmemektedir.



Şekil 6: USSÖ Algoritmasının Farklı α Değerleri ile Elde Edilen Bölütler

TEŞEKKÜR

Bu çalışma TÜBİTAK tarafından 115E318 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] D. Manolakis, D. Marden, and G. A. Shaw, "Hyperspectral image processing for automatic target detection applications," *Lincoln Laboratory Journal*, vol. 14, no. 1, pp. 79–116, 2003.
- [2] J. Shi and J. Malik, "Normalized cuts and image segmentation," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, no. 8, pp. 888–905, 2000.
- [3] D. B. Gillis and J. H. Bowles, "Hyperspectral image segmentation using spatial-spectral graphs," *SPIE Defense, Security, and Sensing*, International Society for Optics and Photonics, 2012.
- [4] O. Torun and S. E. Yüksel, "Hyperspectral image segmentation using normalized cuts," *Signal Process. and Commun. Applicat. Conference (SIU)*, 24th, Zonguldak, 2016, pp. 1717–1720.
- [5] O. Torun and S. E. Yüksel, "Using k-way normalized cuts to integrate LiDAR and hyperspectral imagery for segmentation," in *Light, Energy and the Environment*, OSA Technical Digest (online), 2016, paper HTu3D.2.
- [6] J. Benedetto, W. Czaja, J. Dobrosotskaya, T. Doster, K. Duke, and D. Gillis, "Semi-supervised learning of heterogeneous data in remote sensing imagery," *SPIE Independent Component Analyses, Compressive Sampling, Wavelets, Neural Net, Biosystems, and Nanoengineering X*, vol. 8401, pp. 840104–840104–12, 2012.
- [7] P. Arbeláez, M. Maire, C. Fowlkes, and J. Malik, "Contour detection and hierarchical image segmentation," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 33, no. 5, pp. 898–916, May 2011.
- [8] N. D. Cahill, W. Czaja, and D. W. Messinger, "Schroedinger Eigenmaps with nondiagonal potentials for spatial-spectral clustering of hyperspectral imagery," *SPIE Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XX*, vol. 9088, pp. 908804–908804–13, 2014.
- [9] P. Gader, A. Zare, R. Close, J. Aitken, G. Tuell, "MUUFL gulfport hyperspectral and LiDAR airborne data set," University of Florida, Gainesville, FL, Tech. Rep. REP-2013-570, Oct. 2013.